第41卷第1期 计 算 力 学 学 报 Vol. 41, No. 1
2024 年 2 月 Chinese Journal of Computational Mechanics February 2024

DOI:10.7511/jslx20230816006

超高速碰撞下相变效应的交错网格物质点法研究

周若璞， 曾治鑫， 张 雄*

(清华大学 航天航空学院,北京 100084)

摘 要:超高速碰撞下的结构毁伤过程常伴随材料相变、断裂失效及碎片云的产生与演化,其所具有的压力强间断、材料非线性等几何大变形等问题给数值模拟带来了困难。交错网格物质点法 SGMP 通过背景网格格心积分消除了物质点法 MPM 跨网格误差,是模拟固体冲击爆炸等极端大变形与材料破坏问题的一种有效数值分析方法。本文将含金属相变的 GRAY 状态方程及含非线性内聚力断裂的 Johnson-Cook 修正金属模型引入 SGMP 中,模拟超高速碰撞单层、多层靶板问题。结果表明,SGMP 和修正金属模型可以很好地模拟超高速碰撞问题中的碎片云形貌特征和相变效应。

关键词:超高速碰撞;交错网格物质点法;修正金属模型;相变效应

中图分类号:O354.4;O382 **文献标志码**:A **文章编号**:1007-4708(2024)01-0081-10

1 引 言

超高速碰撞 HVI(Hyper velocity impact)是指弹体以极高的速度撞击靶体成坑或穿透的过程,其研究对于航天器空间碎片防护技术、反弹道导弹技术和核反应堆外壳安全防护设计等具有重要意义[1]。

超高速碰撞过程往往伴随着冲击波强间断、材料的极端变形和损伤破坏问题,理论分析十分困难,实验研究成本较高,周期较长,结果随机性较大,因此数值模拟是相关研究的重要手段。有限元法是目前固体力学最常用的数值分析方法。Kimsey 等[2]将侵蚀算法引入 EPIC 有限元程序以计算超高速碰撞薄靶问题。然而,有限元法计算此类问题具有严重的网格依赖性,极易因网格畸变而产生数值困难。且侵蚀算法删除了失效单元,不能描述碎片云的产生和演化。

物质点法 MPM(Material point method)是由 Sulsky 等[3,4]将用于流体动力学的质点网格法扩展到固体力学问题中提出的一种完全拉格朗日质点类无网格法。物质点法结合了拉格朗日方法和欧拉方法的优势,避免了网格畸变等问题,是分析超高速碰撞问题的最有效方法之一。马上等[5]基于空间碎片防护问题采用 MPM 研究弹丸碰撞薄板问题,并将 MPM 与 FEM 耦合应用于超高速碰撞问题。黄鹏等[6]采用并行的 MPM 方法模拟了铅弹超高速碰撞薄铅板问题。马上等[7]从接触算法、稳定性和计算效率等方面详细比较了 MPM 和 SPH 方法在计算超高速碰撞问题时的性能。Ren 等[8]使用 PAGOSA 程序中的 FILP 和 MPM 功能模拟了超高音速爆炸碎片撞击壳体等问题。

物质点法采用质点积分会产生一系列数值缺陷,包括跨网格噪声、积分精度和稳定性降低等。为了消除跨网格误差,梁勇等[9]提出了交错网格物质点法 SGMP(Stagger grid material point method),该方法引入了一种新颖的空间物理场重构和映射方案,实现了背景网格上的格心积分。SGMP 通过交错网格实现了质点和背景网格的信息映射,提升计算精度,在模拟超高速碰撞问题中也有更好的效果。阚镭等[10]研究了 SGMP 在不同积分方案下的能量误差,并建立了相应的接触算法。曾治鑫等[11]采用 SGMP 研究金属层裂问题。阚镭等[12]基于 SGMP 发展了杂交交错网格物质点有限元法,研究了钢筋混凝土结构在爆炸和冲击载荷作用下的响应与破坏行为。

相较于低速或高速碰撞,超高速碰撞会产生剧烈的相变效应,在数值模拟中需要通过状态方程来描述。最初的 Gruneisen 状态方程[13]并不能描述材料熔融或气化的现象。Tillotson[14]提出了能够描述材料熔融和气化的 Tillotson 状态方程,但不能精确描述固液和液气的非均匀混合相。Ulrich 等[15]将描述固液相的定标律状态方程和 Young-Alder 修正气体状态方程采用光滑多项式连接,建

收稿日期:2023-08-16;**修改稿收到日期**:2023-10-05.
基金项目:国家自然科学基金(12172192)资助项目.
作者简介:张 雄*(1966-),男,博士,教授
(E-mail:xzhang@tsinghua.edu.cn)

立了 GRAY 状态方程，其不但可以描述相态变化，还可以较好地表示固液异相间的转换。

2 交错网格物质点法

物质点法[3,4]将物质离散为一系列质点，质点携带所有物理信息，其运动就代表了物质的运动与变形。物质点法引入了背景网格计算近似函数，从而求解动量方程。物质点法的离散控制方程以弱形式动量方程为基础建立，可得到以下在背景网格上建立的离散形式运动方程

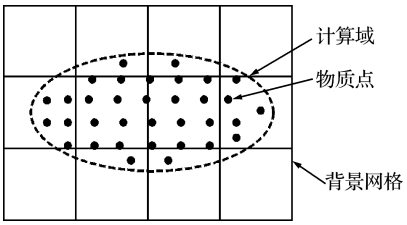


图 1 物质点离散

Fig. 1 Discreteness of material point

$$\dot{p}_{iI}=f_{iI}^{\mathrm{int}}+f_{iI}^{\mathrm{ext}} \qquad (\forall I\notin\Gamma_u) \tag{1}$$

式中

$$p_{iI}=m_I\dot{u}_{iI}=\sum_{p=1}^{n_p}\mathrm{N}_{Ip}m_p v_{ip} \tag{2}$$

为网格结点 I 动量的第 i 个分量，m_p 表示质点质量，n_p 为质点总数，$\mathrm{N}_{Ip}=\mathrm{N}_I(x_p)$ 为结点 I 的形函数在质点 p 处的值，

$$m_I=\sum_{p=1}^{n_p}\mathrm{N}_{Ip}m_p \tag{3}$$

为结点 I 的集中质量。

$$f_{iI}^{\mathrm{int}}=-\sum_{p=1}^{n_p}V_p\mathrm{N}_{Ip,j}\boldsymbol{\sigma}_{ijp} \tag{4}$$

$$f_{iI}^{\mathrm{ext}}=\sum_{p=1}^{n_p}m_p\mathrm{N}_{Ip}b_{ip}+\sum_{p=1}^{n_p}\mathrm{N}_{Ip}\bar{t}_{ip}h^{-1}(m_p/\rho_p) \tag{5}$$

分别为结点 I 的内力与外力，V_p 为质点 p 的体积，$\boldsymbol{\sigma}_{ijp}$ 为质点 p 的柯西应力张量，b_{ip} 为质点 p 所受体力，h 是为了将弱形式面力项的边界积分转化为体积分而引入的假象边界层厚度。

在物质点法中通常采用三线性形函数，即

$$\mathrm{N}_I(x)=\frac{1}{8}(1+\xi\xi_I)(1+\eta\eta_I)(1+\zeta\zeta_I) \tag{6}$$

式中 ξ_I，η_I 和 ζ_I 为节点 I 的自然坐标，分别取 ±1。在物质点法的计算过程中，物质点可能会从一个网格跨越到另一个网格中去，由于上述背景网格形函数的导数在网格之间不连续，当质点跨越网格时将会对系统产生扰动，产生跨网格误差导致计算精度与算法稳定性下降。

梁勇等[9,10]提出的交错网格物质点法，采用多重背景网格的方式改善了上述的跨网格误差问题。如图 2 所示，交错网格物质点法除了一套背景网格外，还额外引入了一套辅助网格，辅助网格的节点位于背景网格格心处，背景网格节点的物理量通过辅助网格节点的物理量映射得到，所以式(1)中各物理量的计算方式变为

$$m_I=\sum_{c=1}^{n_c}\mathrm{N}_{Ic}m_c,\quad p_{iI}=\sum_{c=1}^{n_c}\mathrm{N}_{Ic}p_{ic}$$

$$f_{iI}^{\mathrm{int}}=-\sum_{c=1}^{n_c}V_c\mathrm{N}_{Ic,j}\sigma_{ijc},\quad f_{iI}^{\mathrm{ext}}=\sum_{c=1}^{n_c}m_c\mathrm{N}_{Ic}b_{ic} \tag{7}$$

式中 带下标 c 的即为辅助网格节点的物理量，辅助网格的物理量通过辅助网格的形函数重构质点量得到，即

$$m_c=\sum_{p=1}^{n_p}\mathrm{N}_{cp}m_p,\quad p_{ic}=\sum_{p=1}^{n_p}\mathrm{N}_{cp}m_p v_{ip}$$

$$\sigma_{ijc}V_c=\sum_{p=1}^{n_p}\mathrm{N}_{cp}\sigma_{ijp}V_p,\quad m_c b_{ic}=\sum_{p=1}^{n_p}\mathrm{N}_{cp}m_p b_{ip} \tag{8}$$

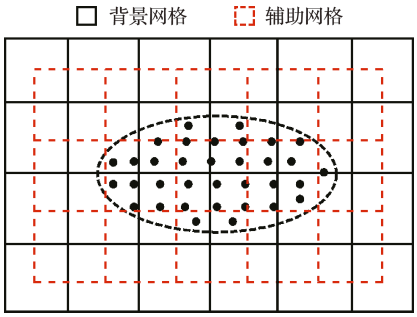


图 2 交错网格物质点法

Fig. 2 Staggered grid material point method

在交错网格物质点法中，在背景网格求解动量方程后，并不是直接更新质点的位移、速度和应力，而是先由背景网格插值到辅助网格节点，再利用辅助网格将物理量插值到质点上，即

$$\Delta\varepsilon_{ijc}=\frac{1}{2}(\mathrm{N}_{Ic,j}v_{iI}+\mathrm{N}_{Ic,i}v_{jI})\Delta t$$

$$\Delta\Omega_{ijc}=\frac{1}{2}(\mathrm{N}_{Ic,j}v_{iI}-\mathrm{N}_{Ic,i}v_{jI})\Delta t \tag{9}$$

$$\Delta\varepsilon_{ijp}=\sum_{c=1}^{n_c}\mathrm{N}_{cp}\Delta\varepsilon_{ijc},\quad \Delta\Omega_{ijp}=\sum_{c=1}^{n_c}\mathrm{N}_{cp}\Delta\Omega_{ijc} \tag{10}$$

式中 $\Delta\varepsilon_{ij}$ 和 $\Delta\Omega_{ij}$ 分别为应变张量增量和旋率张量增量。

交错网格物质点法的接触算法与标准物质点法类似，如果任意背景网格节点 I 不满足速度不可穿透接触条件即判定该节点发生接触[10]，需要在背景网格节点上施加接触力使得最终的速度满足速度不可穿透条件。

3　修正金属材料模型

引入 GRAY 三相状态方程以描述材料的相变效应；采用 Johnson-Cook 强度模型描述金属本构行为，并将非线性内聚力断裂演化模型引入 Johnson-Cook 失效模型中，描述韧性金属材料失效后残余应力逐步归零的过程。

3.1　GRAY 状态方程

GRAY 状态方程[15]在固相-液相区内通过内能 E 判断物质相态，将相态分为固相、熔融相、液相及热液相，通过定标律状态方程得到相应的内能 E 和修正压力 P 与体积 V 和温度 T 的关系。

(1) 物质处于固相时，内能及压力计算公式为

$$E_s(T,V)=E_0(V)+3RT+\frac{1}{2}G_eT^2 \tag{11}$$

$$P_s(T,V)=P_0(V)+3R\frac{\gamma_s(V)}{V}T+\frac{\gamma_e}{2V}G_eT^2 \tag{12}$$

式中 E_0 和 P_0 分别为冷能和冷压，R 为气体热力学常数，$\gamma_s(V)=\gamma_0-ax$，$\gamma_e=2/3$，$x=1-V/V_0$ 为比体积，G_e，a 和 γ_0 为由实验测得的材料参数。

(2) 当固相物质温度升高至熔点，开始发生熔融变为熔融相，熔点 T_m 与体积 V 满足 Lindemann 律

$$-\frac{\mathrm{d}\ln T_m(V)}{\mathrm{d}\ln V}=2\gamma_s(V)-\gamma_e \tag{13}$$

仅需将固相时相应的压力修正为

$$P_m(T,V)=P_s(T,V)-\frac{\upsilon(\Delta S-\alpha)}{V_0(1-x)}\times[\lambda T_m+\gamma_e(T-\upsilon\delta T)] \tag{14}$$

式中 δT 为温度改变量，υ 为与熔化内能相关的系数，熵增 $\Delta S=1.16R$ 为定值，α 和 λ 为材料参数。

(3) 物质完全熔融变为液相后，其摩尔热容 $C_{V,l}$ 随温度升高而减小

$$C_{V,l}(T,V)=3R-\alpha\frac{T}{T_m(V)} \tag{15}$$

利用热力学关系，可由熵函数导出物质液相内能与压力

$$E_l(T,V)=E_s(T,V)+T_m\left[\Delta S-\frac{\alpha}{2}\left(1+\frac{T^2}{T_m^2}\right)\right] \tag{16}$$

$$P_l(T,V)=P_s(T,V)+T_m\frac{\lambda}{V}\left[\Delta S-\frac{\alpha}{2}\left(1+\frac{T^2}{T_m^2}\right)\right] \tag{17}$$

(4) 当液相物质的摩尔热容减小至 $3R/2$ 时，其摩尔热容不再继续减小，物质进入热液区，内能与压力写为

$$E_h(T,V)=E_s(T,V)-\frac{3}{2}RT+T_m\left\{\Delta S+\frac{\alpha}{2}\left[\left(\frac{3R}{2\alpha}\right)^2-1\right]\right\} \tag{18}$$

$$P_h(T,V)=P_s(T,V)-\frac{3\lambda}{2V}RT+T_m\frac{\lambda}{V}\left\{\Delta S+\frac{\alpha}{2}\left[\left(\frac{3R}{2\alpha}\right)^2-1\right]\right\} \tag{19}$$

GRAY 状态方程假设物质体积 $V>V_J$ 时进入气相区，采用 Young-Alder 修正气体状态方程描述其内能与压力

$$E_g(T,V)=\frac{3}{2}RT-\frac{a_y}{V} \tag{20}$$

$$P_g(T,V)=\frac{RT}{V}\frac{a+z+z^2-z^3}{(1-z)^3}-\frac{a_y}{V^2} \tag{21}$$

式中 $z=V_b/V$，V_b 和 a_y 为材料参数。

在液相-气相过渡区，GRAY 状态方程增加过渡相以实现 Young-Alder 方程与定标律方程的光滑过渡

$$E_{l\text{-}g}(T,V)=E_g(T,V)+F_E(C_1-C_3T^2)+(D_1+D_2T+D_3T^2) \tag{22}$$

$$P_{l\text{-}g}(T,V)=P_g(T,V)+F_p(C_1+C_2T+C_3T^2) \tag{23}$$

式中 F_E 和 F_p 为过渡函数

$$F_E=\frac{V_b(\theta-z_J)^3}{2z_J^3}\left[\frac{2z-2+\theta}{(1-z)^2}-\frac{2z-2+\theta}{(1-z_J)^2}\right] \tag{24}$$

$$F_p=\left(\frac{z}{z_J}\frac{\theta-z_J}{\theta-z}\right)^3 \tag{25}$$

式中 $z_J=V_b/V_J$，θ 为过渡区长度控制系数，通常取 1，C_1，C_2，C_3，D_1 和 D_2 由 Young-Alder 方程与定标律方程光滑连接确定。

3.2　含非线性内聚力断裂的 Johnson-Cook 模型

3.2.1　Johnson-Cook 强度模型

Johnson-Cook 强度模型[16]可用于描述超高速碰撞和爆炸等涉及高温和高应变率问题下金属的力学行为，其屈服函数可表示为塑性应变、塑性应变率和温度的解耦形式，

$$\sigma_y=(A+B\varepsilon^{p\eta})(1+C\ln\dot{\varepsilon}^*)(1-T^{*\kappa}) \tag{26}$$

式中 $\dot{\varepsilon}^*=\dot{\varepsilon}^p/\dot{\varepsilon}_0$ 为无量纲等效塑性应变率，$T^*=(T-T_r)/(T_m-T_r)$ 为无量纲温度，T_r 和 T_m 分别为室温和物质熔化温度，A，B，η，C 和 κ 为材料参数。

3.2.2　非线性内聚力断裂 Johnson-Cook 失效模型

传统的 Johnson-Cook 损伤模型[17]考虑了应力三轴度、应变率和温度对损伤的影响，假设当物质的损伤量 $D=\sum\Delta\varepsilon^p/\varepsilon_f^p$ 达到 1 时，材料发生破

坏，偏应力 σ_{ij} 置 0，且材料不可受拉。然而，此时物体破坏时应力存在显著的不连续性，即表明材料为完全脆性。然而，多数金属材料的韧性不可忽略，文献[18,19]提出材料断裂能来表征材料韧性断裂中的能量耗散，并提出了线性内聚力断裂假定。曹祥等[20]在此基础上提出了韧性金属材料的非线性内聚力断裂演化模型。其假设材料失效后应力存在一个逐步卸载到零的过程，材料应力满足

$$\sigma=(1-D_{cs})\sigma_0 \tag{27}$$

式中 σ_0 为材料初始失效应力

$$D_{cs}=\frac{1-\exp[-\beta(u^{pl}/u_f^{pl})]}{1-e^{-\beta}} \tag{28}$$

为损伤因子，u^{pl} 为材料失效后的塑性位移，β 为内聚力断裂的非线性指标，u_f^{pl} 为完全断裂时的塑性位移，其可通过断裂能理论计算，

$$u_f^{pl}=\frac{W_e}{\sigma_y}\left(\frac{1}{\beta}-\frac{1}{e^{\beta}-1}\right)^{-1} \tag{29}$$

式中 W_e 为材料断裂所需的表面能。

由此可看出，非线性内聚力断裂模型通过材料韧性断裂过程中累积耗散能计算失效应力，描述金属韧性破坏演化过程。

4 超高速碰撞单层靶板数值模拟

首先分别采用 MPM 和 SGMP 并使用 Gruneisen 和 GRAY 状态方程对铝球撞击铝靶问题进行数值模拟，比较两种方法及两类状态方程计算结果，显示了 SGMP 方法结合 GRAY 状态方程在超高速碰撞问题下的计算优势。并基于此模拟了柱形弹侵彻单层钢靶问题，对碎片云进行统计分析，证明了该算法的计算准确性。

4.1 铝球撞击铝靶

球形弹丸碰撞靶板是超高速碰撞中的一类典型问题。Piekutowski 等[21]进行了一系列不同冲击速度及尺寸的铝球撞击铝靶实验，并使用高速摄像机观测碎片云形貌特征，给出了碎片云特征点处的归一化速度。

选取文献[21]中试验 4-1359(图 3)，2017-T4 铝制球形弹丸直径 9.55 mm，6061-T6 铝制薄靶厚度 0.592 mm，初始撞击速度为 6.78 km/s。分别采用 MPM 和 SGMP 方法进行数值模拟，模型离散尺寸相同，均为 0.1 mm。材料模型使用 3.2 节引入的修正 Johnson-Cook 模型，并分别使用 Gruneisen 状态方程和 GRAY 状态方程对比相变对结果的影响，材料参数依照文献[22,23]确定。

输出与实验图像相同物理时刻的数值模拟结果如图 3 所示。可以看出，由于粒子的跨网格误差，MPM 计算结果碎片飞散严重，无法准确描述碎片云形貌特征。SGMP 可有效消除粒子跨网格误差，碎片云形貌清晰。从图 4(c,d)可以看出，使用 GRAY 状态方程相比于 Gruneisen 状态方程与实验结果更加吻合，因此在超高速碰撞下更加适用。

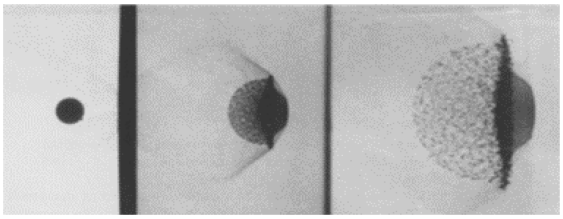


图 3 4-1359 实验图像[21]

Fig. 3 4-1359 experimental figure

撞击后形成的碎片云实验照片如图 4 所示，其前部碎片主要由靶板阻抗挤压产生，呈圆台状分布；中部碎片由压缩波破坏产生，因此碎片分布密集；尾部碎片由拉伸波破坏产生，碎片分布稀疏。与实验相比，SGMP 结合 GRAY 状态方程可良好地模拟碎片云各部分的分布，模拟效果良好。

对冲击后靶板的速度场进行定量分析，图 5 定义了碎片云各特征点，点 1～点 4 分别为碎片云轴

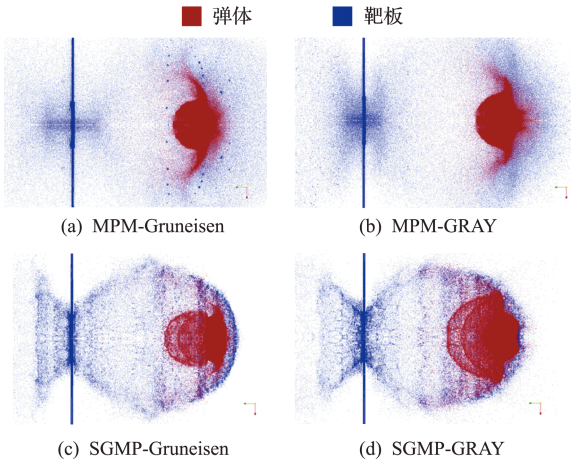


图 4 MPM 和 SGMP 使用两种状态方程下的数值模拟结果

Fig. 4 Numerical simulation result of two equation of state in MPM and SGMP

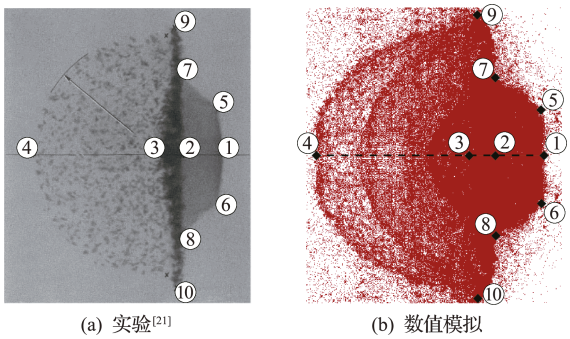


图 5 内部碎片云形貌及特征点

Fig. 5 Morphology and characteristic points of internal debris cloud

线上各部分的交点，点 5～点 10 分别位于碎片云径向上。数值模拟与实验所得的特征点归一化速度列入表 1 和表 2，其中 $v_i(i=1,2,\cdots,10)$ 为各特征点速度，v_0 为初始撞击速度。

表 1　弹体碎片云特征点轴向归一化速度

Tab. 1　Axial normalized velocity of the feature points of the projectile debris cloud

	v_1/v_0	v_2/v_0	v_3/v_0	v_4/v_0
实验[21]	1.001	0.968	0.966	0.785
数值模拟	0.971	0.956	0.950	0.759
相对误差/%	−3.00	−1.23	−1.65	−3.31
	$v_{5,6}/v_0$	$v_{7,8}/v_0$	$v_{9,10}/v_0$	
实验[21]	0.997	0.968	0.954	
数值模拟	0.969	0.958	0.938	
相对误差/%	2.80	1.03	−1.68	

表 2　弹体碎片云特征点径向归一化速度

Tab. 2　Radial normalized velocity of the feature points of the projectile debris cloud

	$v_{5,6}/v_0$	$v_{7,8}/v_0$	$v_{9,10}/v_0$
实验[21]	0.099	0.143	0.327
数值模拟	0.097	0.131	0.301
相对误差/%	−2.02	−8.39	−7.95

由表 1 和表 2 可知，数值模拟的碎片云各特征点轴向归一化速度与实验结果相对误差均小于 5%，径向速度误差稍大，这是由于碎片云径向边缘较为模糊，特征点速度无法精确捕捉，但相对误差仍在 10%以内，SGMP-GRAY 状态方程模拟效果良好。因此，在后续的数值模拟中，均采用 SGMP 方法结合 GRAY 状态方程进行计算。

4.2　93W 柱形弹侵彻单层 Q345 钢靶

马坤等[24]使用二级轻气炮开展了柱形 93W 弹体超高速正撞击 Q345 薄钢板实验，并针对毁伤效应和材料相变等进行了研究。选取文献[24]中实验 7，采用 SGMP 进行数值模拟。柱形 93W 弹体长 10.5 mm，直径 3.45 mm，Q345 薄钢板厚度 1.5 mm，初始撞击速度 3.16 km/s，材料参数与文献[24]相同。

4.2.1　碎片云宏观形貌分析

研究发现[25]，在靶板厚度小于 0.72 倍的弹体直径的情况下，碰撞产生的冲击波会先于弹头产生的侧向卸载波到达靶板背面，并在该自由表面反射形成较强的拉伸波，进而使靶板产生拉伸层裂破坏并形成速度较高的尖端碎片，如图 6(a)所示。图 6(b)表明，SGMP 可有效模拟靶板层裂破坏现象，碎片云宏观形貌也与实验吻合良好。

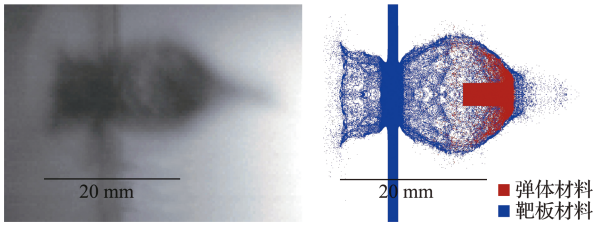


图 6　93W 柱形弹侵彻单层 Q345 钢靶

Fig. 6　93W cylindrical projectile penetrates single-layer Q345 steel target

表 3 给出了实验与数值模拟测得碰撞后弹体及靶板毁伤结果。其中，v_p 为弹体轴向残余速度，$v_{r,\max}$ 为碎片径向扩展的最大速度，ΔL 为弹体残余长度，D 为靶板穿孔直径。可以看出，数值模拟结果与实验结果一致性良好，误差均在 10%以内。

表 3　弹体及靶板毁伤结果

Tab. 3　Damage results of projectile and target

	v_p/m·s^{-1}	$v_{r,\max}$/m·s^{-1}	ΔL/mm	D/mm
实验[24]	3143	837	3.40	6.83
数值模拟	3097	866	3.26	7.44
相对误差/%	−1.46	3.46	−4.11	8.93

4.2.2　碎片云统计学量分析

对数值计算结果进行碎片识别及统计分析，研究超高速碰撞单层靶板时的相变效应及碎片质量分布特性。采用 Liang 等[26]基于广度优先搜索算法 BFC 提出的粒子类碎片识别算法，得到各质量及相态的碎片质量分布情况如图 7 所示。可以看出，碎片质量越小，数量占比越高，质量小于 25 μg 的碎片占比超过 99%。质量较小的碎片更容易温升而产生相变，熔融态碎片约占总数的 15%，液态碎片约占比 13%。

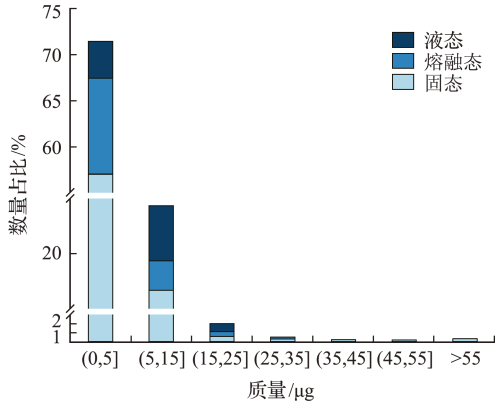


图 7　碎片云质量及相态分布

Fig. 7　Mass and phase distribution of debris cloud

Oddershede 等[27]通过实验对多种材料的破碎特性进行统计研究，发现碎片的质量 m 和数量 n 呈现幂律分布

$$n(m) \propto m^{-\beta} \tag{30}$$

式中 β 为标度指数，其对物体形状非常敏感，但与材料无关，此类现象解释为碎片分布的自组织临界特性[28,29]。碎片分布可由质量大于或等于 m 的碎片总数除以 m 来描述

$$\Psi(m) = \frac{1}{m}\int_m^{\infty} n(m')\mathrm{d}m' \tag{31}$$

图 8 展示了本文碎片云质量-数量指数曲线，可以看出，其满足幂律分布规律，标度指数 $\beta = 0.966$。这表明本文采用的数值模拟方法与碎片云统计算法计算出的碎片云满足自组织临界特性，符合超高速碰撞的碎片云分布特征。

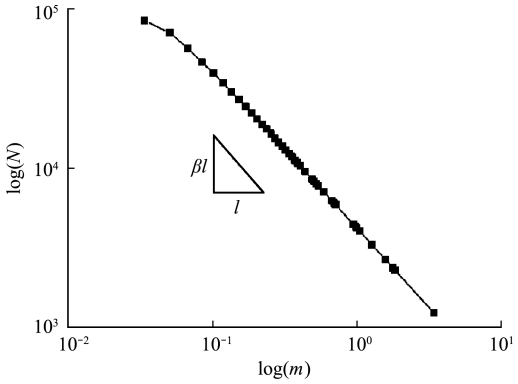


图 8 碎片云质量-数量指数曲线

Fig. 8 Mass-quantity exponential curve of debris cloud

5 超高速碰撞多层靶板数值模拟

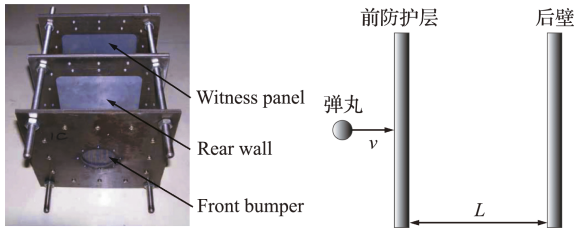
采用 SGMP 对铝球撞击 Whipple 盾系统、柱形弹侵彻多层钢靶两类超高速碰撞多层靶板问题进行了数值模拟，并与实验结果进行了对比。并分析了不同层级靶板的损伤模式与破坏机理，研究相变效应对超高速碰撞毁伤的影响。

5.1 铝球碰撞 Whipple 盾系统

Whipple 盾系统[30]是一种常用的航天器防护系统，由前防护层 Front bumper 和后壁 Rear Wall 组成，可有效保护航天器不受空间碎片冲击破坏。

文献[31]使用二级轻气炮发射铝制球形弹丸以不同速度冲击 Whipple 盾系统，冲击速度 v 分别为 3.44 km/s 和 5.33 km/s，实验装置如图 9(a)所示，本文以此建立数值模型如图 9(b)所示。LY12 铝制弹丸直径 4 mm，前防护层与后壁材料均与弹丸相同，厚度均为 3 mm，间距 $L=100$ mm。实验中的观察窗(Witness panel)仅用于实验观测，不参与碰撞，因此在数值建模中忽略。材料参数参照文献[22]选取。

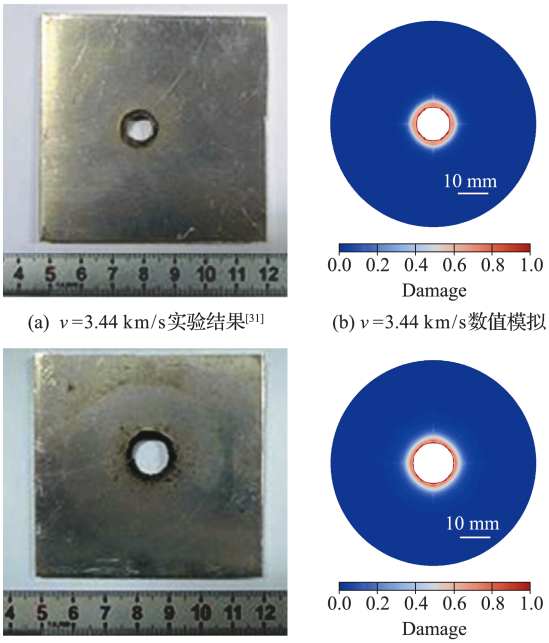
前防护层和后壁的实验及数值模拟毁伤结果分别如图 10 和图 11 所示。可以看出，前防护层受



(a) 实验[31] (b) 数值模拟

图 9 铝球碰撞 Whipple 盾系统

Fig. 9 Aluminum ball impacts the Whipple shield system

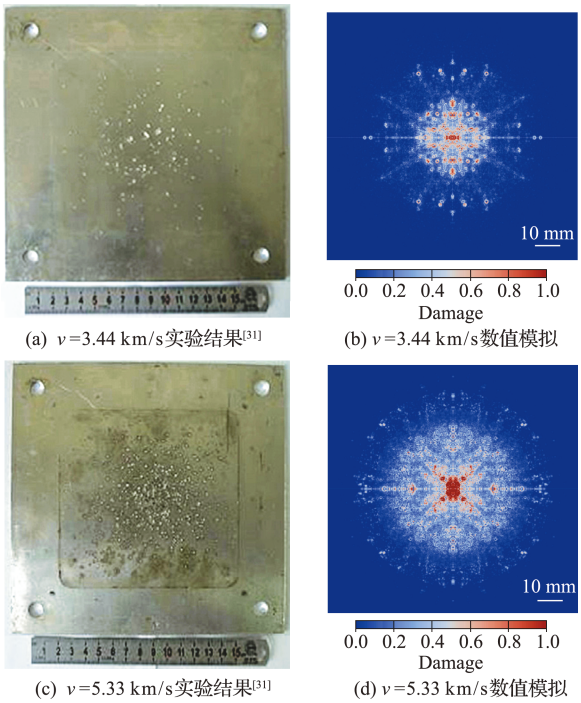


(a) v=3.44 km/s实验结果[31] (b) v=3.44 km/s数值模拟

(c) v=5.33 km/s实验结果[31] (d) v=5.33 km/s数值模拟

图 10 前防护层毁伤结果

Fig. 10 Damage results of front bumper



(a) v=3.44 km/s实验结果[31] (b) v=3.44 km/s数值模拟

(c) v=5.33 km/s实验结果[31] (d) v=5.33 km/s数值模拟

图 11 后壁毁伤结果

Fig. 11 Damage results of rear wall

到剪切破坏产生规则圆形穿孔，且冲击速度越高穿孔直径越大。后壁受碎片云碰撞作用，产生大小不同的凹坑。凹坑分布总体呈现中心密集和四周分散的特点。数值模拟结果使用材料损伤量表征凹坑破坏，可以看出中心处损伤严重密集和四周逐渐轻微稀疏，结果与实验吻合。实验和数值模拟得到的前防护层穿孔直径和后壁最大损伤半径数据列入表 4，两者结果吻合良好，相对误差均在 10%以内。

表 4　前防护层和后壁毁伤结果

Tab. 4　Damage results of front bumper and rear wall

	前防护层穿孔直径/mm		后壁最大损伤半径/mm	
速度/km·s^{-1}	3.44	5.33	3.44	5.33
实验[31]	8.0	11.5	18.1	19.1
数值模拟	8.1	11.9	19.4	20.7
相对误差/%	1.25	3.48	7.18	8.38

文献[30]采用扫描电子显微镜 SEM 观测到前防护层穿孔内表面不是单纯由剪切破坏形成的光滑断口，而是存在许多熔融后凝固的粗糙组织，这说明在碰撞过程中材料产生了相变。数值模拟结果也可以观察到相同的相变效应，如图 12 所示。在碰撞过程中由于弹体和靶板的相互挤压与摩擦致使接触部分产生熔化，多数熔融态碎片附着在靶板断口处，在碰撞后降温凝结即形成了 SEM 观察到的粗糙组织。碰撞速度越高，相变效应越显著。

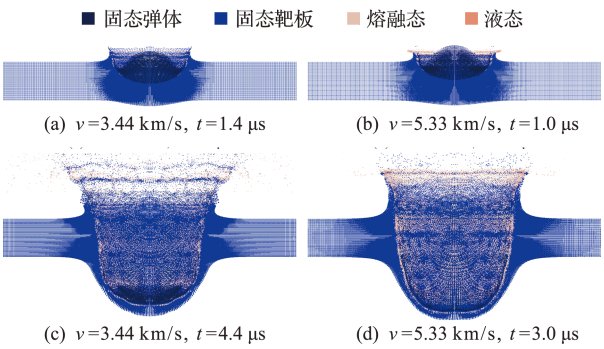


图 12　碰撞时的相变效应

Fig. 12　Phase transition effect during collision

5.2　93W 柱形弹侵彻多层 Q345 钢靶

李名锐等[32]使用二级轻气炮开展柱形 93W 弹体超高速正撞击多层 Q345 薄钢板实验，分析了不同靶板的毁伤模式。采用 SGMP 对文献[31]的实验 2 柱形弹撞击前 3 层靶板进行了数值模拟。柱形 93W 弹体长 17.5 mm，直径 3.45 mm，3 层 Q345 薄钢板厚度均为 1.5 mm，第 2 层和第 3 层靶板间距较第 1 层和第 2 层大，初始撞击速度 2.25 km/s。

图 13 给出了数值模拟 0 ms～0.66 ms 内弹体撞击三层靶板的过程。撞击后实验及数值模拟前 3 层靶板正面、背面和侧面的毁伤结果分别如图 14～图 16 所示。数值模拟的靶板破坏模式与实验结果

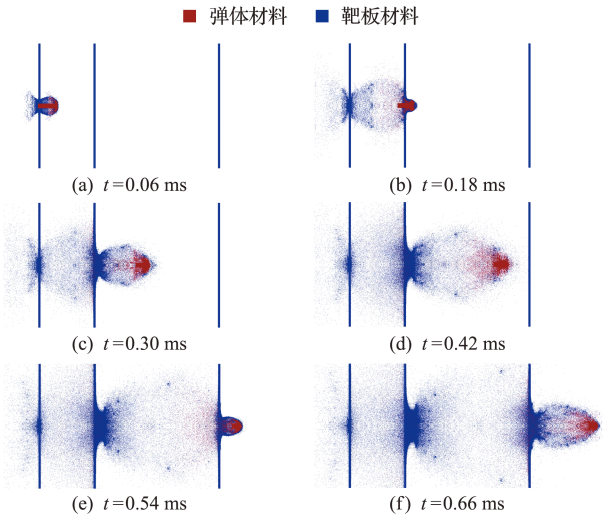


图 13　柱形弹侵彻 3 层靶板数值模拟过程

Fig. 13　Numerical simulation of cylindrical projectile penetrating 3 targets

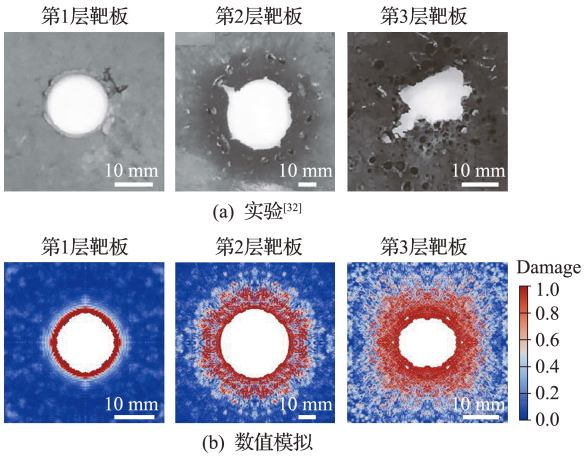


图 14　前 3 层靶板正面毁伤结果

Fig. 14　Damage results to the front of the first 3 targets

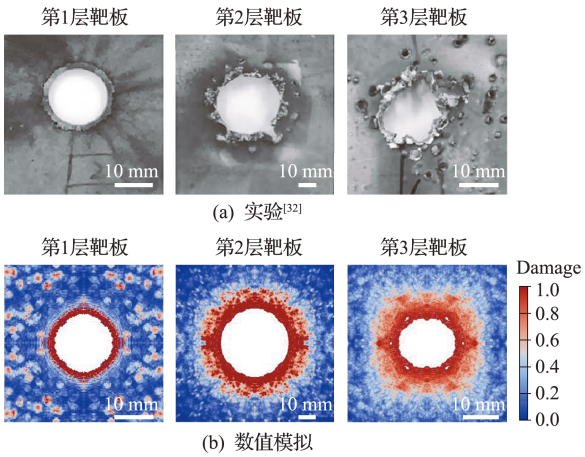


图 15　前 3 层靶板背面毁伤结果

Fig. 15　Damage results to the back of the first 3 targets

吻合良好。第1层靶板在剪切破坏主导下形成的穿孔为规则圆形。第2层靶板在残余弹体和碎片云碰撞下以拉伸和弯曲破坏为主形成翻唇塑性变形，弹孔在残余弹体的剪切破坏下大致呈圆形，边缘由于碎片挤压破坏有不规则裂纹，弹孔附近由前端碎片撞击产生飞溅状损伤。第3层靶板同样出现翻唇变形，但由于碎片云密度的增大，其在毁伤中占主导，在中心形成不规则穿孔，弹孔附近存在孔洞和凹坑。

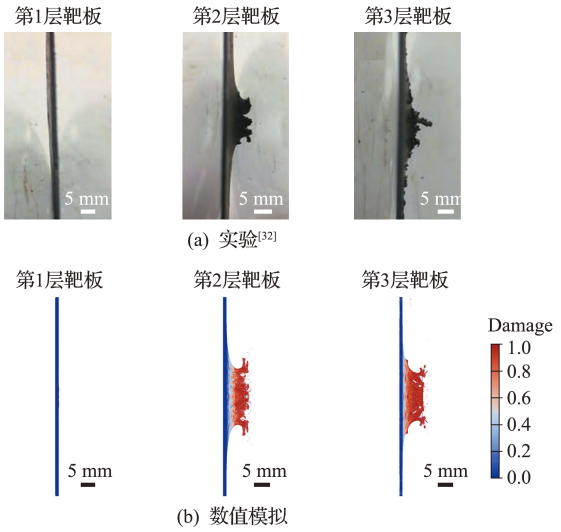


图16 前3层靶板背面毁伤结果

Fig. 16 Damage results to the back of the first 3 targets

图17为数值模拟撞击各层靶板后各相态碎片云质量占比。其中，撞击第1层靶板后仅有不到5%的碎片发生熔融或液化，相变效应不明显。撞击第2层和第3层靶板后碎片发生的相变效应类似，熔融态与液态碎片均约20%，这是由于碰撞时碎片与靶板的接触时间和切向接触力显著增大，使得大量动能转化内能，碰撞区域附近材料温升至熔点产生相变，少部分碎片由于体积膨胀气化，极少部分碎片达到热液态。

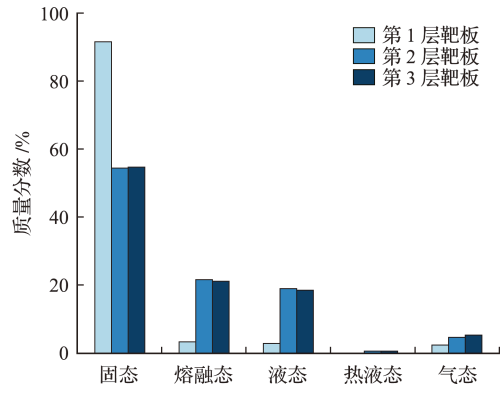


图17 撞击前3层靶板产生碎片云相态

Fig. 17 Debris phase of impacting the first 3 targets

6 结 论

将修正金属模型引入SGMP中，分别对超高速撞击单层靶板和多层靶板问题进行了数值模拟，研究超高速碰撞问题的毁伤机理和相变效应。结果表明，相比于MPM，采用SGMP方法可以有效消除跨网格误差导致的粒子飞散，从而准确描述碎片云形貌特征。使用GRAY状态方程可良好地描述材料相态转换；使用含非线性内聚力断裂的Johnson-Cook模型，可良好地描述韧性金属在高应变率下的动态响应和损伤特性。数值模拟表明，超高速碰撞多层靶板会产生明显的相变效应，靶板撞击区域附近发生大量熔化，弹体和靶板材料混合熔融物附着在弹孔断面并凝结重结晶，部分碎片云温升发生熔融相变，小部分碎片云由于体积膨胀气化。

参考文献(References)：

[1] 张庆明，黄风雷. 超高速碰撞动力学引论[M]. 北京：科学出版社，2000.(ZHANG Qing-ming, HUANG Feng-lei. *Introduction to Hypervelocity Collision Dynamics*[M]. Beijing: Science Press, 2000. (in Chinese))

[2] Kimsey K, Zukas J. Contact Surface Erosion for Hypervelocity Problems [R]. 1986.

[3] Sulsky D, Chen Z, Schreyer H L. A particle method for history-dependent materials [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1994, **118**(1-2): 179-196.

[4] 张 雄，廉艳平，刘 岩，等. 物质点法[M]. 北京：清华大学出版社，2013.(ZHANG Xiong, LIAN Yan-ping, LIU Yan, et al. *Material Point Method*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2013. (in Chinese))

[5] 马 上，张 雄，邱信明. 超高速碰撞问题的三维物质点法[J]. 爆炸与冲击，2006，(3)：273-278.(MA Shang, ZHANG Xiong, QIU Xin-ming. Three-dimensional material point method for hypervelocity impact [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2006, **26**(3): 273-278. (in Chinese))

[6] Huang P, Zhang X, Ma S, et al. Shared memory openmp parallelization of explicit mpm and its application to hypervelocity impact [J]. *Cmes-Computer Modeling in Engineering and Sciences*, 2008, **38**(2): 119-147.

[7] Ma S, Zhang X, Qiu X M. Comparison study of MPM and SPH in modeling hypervelocity impact problems [J]. *International Journal of Impact Engineering*,

2009，**36**(2)：272-282.

[8] Ren J L，Ma X，Smith B，et al. The simulation of 3D hypervelocity spallation using a hydrocode PAGOSA with FLIP+MPM [J]. *International Journal of Impact Engineering*，2021，**158**：104003.

[9] Liang Y，Zhang X，Liu Y. An efficient staggered grid material point method[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*，2019，**352**：85-109.

[10] Kan L，Liang Y，Zhang X. A critical assessment and contact algorithm for the staggered grid material point method [J]. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*，2021，**17**(4)：743-766.

[11] 曾治鑫，阚　镭，张　雄. 层裂问题的交错网格物质点法研究 [J]. 固体力学学报，2021，**42**(3)：320-333.（ZENG Zhi-xin，KAN Lei，ZHANG Xiong. Study on staggered grid material point method for spalling problem[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*，2021，**42**(3)：320-333.（in Chinese））

[12] 阚　镭，孙梓贤，张　雄，等. 钢筋混凝土的杂交交错网格物质点有限元法研究 [J]. 中国科学：物理学 力学 天文学，2022，**52**(10)：46-59.（KAN Lei，SUN Zi-xian，ZHANG Xiong，et al. Hybrid staggered grid finite element material point method (HSGFEMP) for reinforced concrete [J]. *Scientia Sinica Physica，Mechanica & Astronomica*，2022，**52**(10)：46-59.（in Chinese））

[13] Noel J P，Renson L，Grappasonni C，et al. *Dynamic Behavior of Materials* [M]. 2016.

[14] Brundage A L. Implementation of tillotson equation of state for hypervelocity impact of metals，geologic materials，and liquids[A]. Proceedings of the 12th Hypervelocity Impact Symposium[C]. 2013.

[15] Ulrich J，Bülau H C. *Melt Crystallization*[M]. Amsterdam：Elsevier，2002.

[16] Johnson G R，Cook W. A constitutive model and data for metals subjected to large strains，high strain rates and high temperatures[A]. Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics[C]. 2018.

[17] Johnson G R，Cook W. Fracture characteristics of three metals subjected to various strains，strain rates，temperatures and pressures [J]. *Engineering Fracture Mechanics*，1985，**21**(1)：31-48.

[18] Kipp M E，Grady D E. Dynamic fracture growth and interaction in one dimension [J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*，1985，**33**(4)：399-415.

[19] Grady D E. *Fragmentation of Rings and Shells：The Legacy of N F Mott*[M]. Berlin：Springer，2006.

[20] 曹　祥，汤佳妮，王　珠，等. 损伤演化对韧性金属碎裂过程的影响 [J]. 爆炸与冲击，2020，**40**(1)：63-73.（CAO Xiang，TANG Jia-ni，WANG Zhu，et al. Effect of damage evolution on the fragmentation process of ductile metals[J]. *Explosion and Shock Waves*，2020，**40**(1)：63-73.（in Chinese））

[21] Piekutowski A J. Characteristics of debris clouds produced by hypervelocity impact of aluminum spheres with thin aluminum plates [J]. *International Journal of Impact Engineering*，1993，**14**(1-4)：573-586.

[22] 辛春亮，薛再清，涂　建，等. 有限元分析常用材料参数手册 [M]. 北京：机械工业出版社，2020.（XIN Chun-liang，XUE Zai-qing，TU Jian，et al. *Handbook of Common Material Parameters for Finite Element Analysis* [M]. Beijing：China Machine Press，2020.（in Chinese））

[23] 唐　蜜. 基于欧拉方法的超高速撞击程序研制及碎片云相分布数值模拟 [D]. 中国工程物理研究院，2015.（TANG Mi. Development of Hypervelocity Impact Program Based on Euler Method and Numerical Simulation of Debris Cloud Phase Distribution[D]. China Academy of Engineering Physics，2015.（in Chinese））

[24] 马　坤，李名锐，陈春林，等. 修正金属本构模型在超高速撞击模拟中的应用 [J]. 爆炸与冲击，2022，**42**(9)：98-110.（MA Kun，LI Ming-rui，CHEN Chun-lin，et al. The application of a modified constitutive model of metals in the simulation of hypervelocity impact [J]. *Explosion and Shock Waves*，2022，**42**(09)：98-110.（in Chinese））

[25] 钱伟长. 穿甲力学[M]. 北京：国防工业出版社，1984.（QIAN Wei-chang. *Armor Piercing Mechanics* [M]. Beijing：National Defense Industry Press，1984.（in Chinese））

[26] Liang S C，LI Y，CHEN H，et al. Research on the technique of identifying debris and obtaining characteristic parameters of large-scale 3D point set [A]. Proceedings of the 12th Hypervelocity Impact Symposium[C]. 2013.

[27] Oddershede L，Dimon P，Bohr J. Self-organized criticality in fragmenting [J]. *Physical Review Letters*，1993，**71**(19)：3107-3110.

[28] Kan L，Zhang X. An immersed MMALE material point method for FSI problems with structure fracturing [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*，2022，**396**：115099.

[29] 张传山，冯　春，薛　琨. 爆炸载荷下脆性颗粒体系破碎特性的数值研究 [J]. 计算力学学报，2022，**39**(3)：307-314.（ZHANG Chuan-shan，FENG Chun，XUE Kun. Numerical study on particle breakage characteristics under blast loading [J]. *Chinese Journal of*

Computational Mechanics, 2022, **39**(3): 307-314. (in Chinese))

[30] Wen K, Chen X W, Lu Y G. Research and development on hypervelocity impact protection using whipple shield: An overview [J]. *Defence Technology*, 2021, **17**(6): 1864-1886.

[31] Huang X, Ling Z, LIU Z D, et al. Amorphous alloy reinforced Whipple shield structure [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2012, **42**: 1-10.

[32] 李名锐, 冯 娜, 蔡青山, 等. 93W 杆式弹超高速撞击多层 Q345 钢靶毁伤及微观分析 [J]. 爆炸与冲击, 2021, **41**(2): 103-115. (LI Ming-rui, FENG Na, CAI Qing-shan, et. al. Damage of a multi-layer Q345 target under hypervelocity impact of a rod-shaped 93W projectile [J]. *Explosion and Shock Waves*, 2021, **41**(2): 103-115. (in Chinese))

The staggered grid material point method (SGMP) simulation of phase transformation in hyper-velocity impact

ZHOU Ruo-pu, ZENG Zhi-xin, ZHANG Xiong*

(School of Aerospace Engineering, Tsinghua Univercity, Beijing 100084, China)

Abstract: The structural damage process under hyper-velocity impact is always accompanied by material phase transformation, fracture and formation of debris cloud. Its numerical simulation is difficult due to the high pressure discontinuity, material nonlinearity and large geometric deformation. The staggered grid material point method (SGMP) eliminates the cross-grid error of material point method (MPM) through the background grid center integral. Therefore SGMP is an effective numerical analysis method for simulating extreme large deformation and material failure problems such as solid shock and explosion. In this paper, GRAY equation of state and Johnson-Cook modified metal model are introduced into SGMP to simulate the hyper-velocity impact with single-layer and multilayer targets. The results show that SGMP with the modified metal model can simulate the morphology and phase transition effect of debris cloud in hyper-velocity impact.

Key words: hyper velocity impact; staggered grid material point method; modified metal model; phase transformation

引用本文/Cite this paper:

周若璞, 曾治鑫, 张 雄. 超高速碰撞下相变效应的交错网格物质点法研究 [J]. 计算力学学报, 2024, **41**(1): 81-90.

ZHOU Ruo-pu, ZENG Zhi-xin, ZHANG Xiong. The staggered grid material point method (SGMP) simulation of phase transformation in hyper-velocity impact [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2024, **41**(1): 81-90.